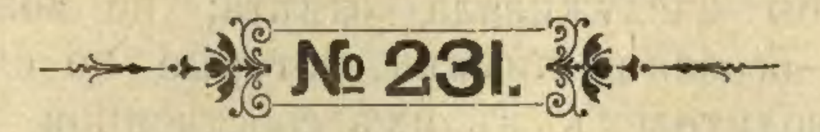
XX Сем. 10-го Февраля 1896 г. № 3.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



ЭНЕРГЕТИКА ОСТВАЛЬДА*).

(Статья Дж. Фр. Фицджеральда).

Въ №№ 227 и 228 „Вѣстника" былъ помѣщенъ переводъ рѣчи Оствальда: „Die Ueberwindung des wissenschaftlichen Materialismus". Оригинальныя заявленія этой краснорѣчивой, но крайне парадоксальной статьи встрѣтили рѣзкій отпоръ съ различныхъ сторонъ: Корню и Бриллуэнъ во Франціи, Больтцманъ и Планкъ въ Германіи, Фицджеральдъ въ Англіи—подвергли ее сокрушительной и заслуженной критикѣ; въ особенности замѣчательны нѣмецкія статьи, благодаря которымъ вопросъ о претензіяхъ „энергетики" можетъ считаться исчерпаннымъ. „Разработка энергетики въ этой формѣ,—говоритъ Больтцманъ,—была бы фатальною для точнаго пониманія природы".—„Сравнительно съ прежними результатами теоретическаго изслѣдованія, — договариваетъ Планкъ,— эта новѣйшая энергетика представляетъ крупный шагъ назадъ; она спо-

*) Переводя рѣчь проф. Оствальда, редакція имѣла въ виду познакомить читателей и съ тѣми вѣсскими возраженіями, которыми была встрѣчена эта рѣчь въ западныхъ литературахъ. Помѣщаемая нынѣ статья, любезно присланная намъ проф. А. Г. Столѣтовымъ, отвѣчаетъ этой потребности: при небольшомъ объемѣ, она даетъ довольно полное резюме выставленныхъ противъ Оствальда доводовъ, благодаря тѣмъ добавленіямъ, которыя присоединилъ русскій переводчикъ къ тексту англійскаго автора.— *Ред.*

собна только поощрять начинающихъ ученыхъ къ диллетантскимъ спекуляціямъ, вмѣсто основательнаго изученія классическихъ работъ".

Предлагаемъ въ переводѣ небольшую, но содержательную статью проф. Фицджеральда, который, не входя въ детальное изобличеніе многочисленныхъ фактическихъ ошибокъ Оствальда (какъ это дѣлаетъ Больтцманъ), говоритъ объ общихъ и принципіальныхъ сторонахъ дѣла. Подстрочно прибавляемъ нѣсколько замѣтокъ по другимъ источникамъ.—*А. С.*

Интересная статья проф. Оствальда о „Побѣдѣ надъ научнымъ матерьялизмомъ" построена на такомъ количествѣ туманныхъ заблужденій, что едва ли бы заслуживала отвѣта; но можно серьезно опасаться, что многіе,—особенно химики, которые по справедливости считаютъ автора руководителемъ въ ихъ собственной спеціальности *),—будутъ увлечены его рѣшительными приговорами въ области механики.

Проф. Оствальдъ начинаетъ съ того, что ходячій взглядъ на вселенную, какъ механическую систему, несостоятеленъ въ двухъ отношеніяхъ: 1) онъ не достигаетъ той цѣли, для которой предназначался, и 2) онъ несовмѣстимъ съ дознанными истинами.—Прежде всего необходимо замѣтить, что никто изъ людей, которые дѣйствительно серьезно размышляли о предметѣ, не можетъ утверждать, что атомы и движеніе составляютъ всю вселенную. Такой взглядъ оставлялъ бы въ сторонѣ сферу мышленія, и мы можемъ только полагать, что *вещественныя* явленія доступны такому объясненію.—Проф. Оствальдъ игнорируетъ такія теоріи, какъ напр. гипотеза вихревыхъ атомовъ, гдѣ постулируется только непрерывная движущаяся жидкость; но, быть можетъ, о нихъ умалчивается лишь потому, что онѣ даютъ только путь къ объясненію атомовъ.—Онъ игнорируетъ также и метафизическіе вопросы, какъ напримѣръ: не есть ли движеніе только объективный аспектъ мысли? интуитивная необходимость выяснять *законы* явленій, какъ нѣчто отличное отъ простого указанія на происхожденіе и послѣдовательность, не вытекаетъ ли какъ постулатъ изъ того факта, что вселенная должна быть постижима?—Вслѣдствіе этого, за попыткой Оствальда относиться къ природѣ съ чисто индуктивной точки зрѣнія нельзя признать ни философскаго, ни научнаго значенія. Проводимый имъ взглядъ на науку, какъ на что то въ родѣ хорошо составленнаго каталога фактовъ, безъ какихъ либо гипотезъ, — былъ бы достоинъ нѣмца, корпящаго надъ своимъ дѣломъ по привычкѣ и по инстинкту. Британецъ требуетъ эмоціи, ему нужно нѣчто возбуждающее энтузіазмъ, живой интересъ человѣка. Онъ не удовлетворяется сухими каталогами, онъ долженъ имѣть теорію тяготѣнія, гипотезу естественнаго подбора. Эта мертвая

---

*) Замѣтимъ однакожъ, вмѣстѣ съ проф. Больтцманомъ, что „въ общей части обширнаго учебника химіи, благодаря преобладанію энергетическаго способа выраженій, встрѣчается множество мѣстъ, которыя должны запутывать учащагося". (Рѣчь идетъ о „Lehrbuch der allgem. Chemie". Оствальда). Тотъ же критикъ подробно указываетъ, что и Оствальдъ, и Гельмъ (въ его „Mathematische Chemie") не поняли и исказили теоремы Гиббса о приложеніи термодинамики къ химическимъ процессамъ.

наука безъ гипотезъ гораздо хуже, чѣмъ матеріалистическое *ignorabimus* Дю-Буа-Реймона: она—кульминаціонный пунктъ Шопенгауэровскаго пессимизма.

Первая аттака проф. Оствальда направлена на то, что матеріалистическая гипотеза не выполняетъ того назначенія, ради котораго она возникла. Какъ оказывается по разслѣдованіи этого пункта, авторъ здѣсь хотѣлъ только сказать, что еще не все въ природѣ объяснено съ помощью механическихъ началъ. И пусть такъ будетъ на долго! Вся прелесть знанія — въ открытіи. Если бы все было объяснено... но до этого такъ далеко, можно пока и не мечтать о томъ, что тогда будетъ!—Авторъ указываетъ на различные пункты, которые, безъ сомнѣнія, еще не выяснены. Таковъ напр. вопросъ: почему атомы, при химическомъ соединеніи, даютъ результатъ, столь непохожій на отдѣльныя составныя части?*) Но вѣдь никто еще не указалъ причинъ, почему самые атомы обладаютъ тѣми или другими любопытными свойствами; можно ли ожидать удовлетворительнаго объясненія, отчего эти свойства измѣняются при соединеніи? Какъ бы то ни было, существованіе подобныхъ неизслѣдованныхъ областей не даетъ намъ разумнаго повода сомнѣваться въ правильности того пути, который такъ успѣшно велъ насъ до сихъ поръ.

Второе нападеніе проф. Оствальда опирается на ту мысль, что механическія гипотезы еще не объяснили всего. „Правда, — говоритъ онъ,—для многочисленныхъ отдѣльныхъ явленій давались съ бо́льшимъ или меньшимъ успѣхомъ механическіе образы; но когда пытались вполнѣ представить совокупность всѣхъ фактовъ, извѣстныхъ въ какой нибудь области, при помощи такого механическаго образа, то всегда и безъ исключенія оказывалось, что гдѣ нибудь между дѣйствительнымъ соотношеніемъ явленій и тѣмъ, которое должно бы быть по механическому образу, существуетъ неразрѣшимое противорѣчіе. Противорѣчіе это можетъ долго оставаться скрытымъ; исторія науки учитъ насъ однако, что оно раньше или позже непремѣнно выплываетъ наружу, и единственное, что можно вполнѣ увѣренно сказать о такихъ механическихъ образахъ или аналогіяхъ, которые обыкновенно называютъ механическими теоріями тѣхъ или иныхъ явленій, — это, что они непремѣнно когда нибудь разлетятся въ дребезги**).

---

*) Въ виду этого несходства свойствъ, Оствальдъ считаетъ абсурдомъ обычное представленіе, что отдѣльныя простыя вещества продолжаютъ существовать *statu quo* въ сложномъ тѣлѣ. „Но вѣдь и въ простой смѣси (Brei) изъ какого нибудь порошка съ водой,—замѣчаетъ Больтцманъ,—многія изъ свойствъ воды и порошка уже утратились; а между тѣмъ здѣсь частицы порошка еще прямо видимы подъ микроскопомъ“.—*А. С.*

**) И однако-жъ,—возражаетъ на это Больтцманъ,—„къ числу старинныхъ механическихъ теорій надо отнести и механическую теорію звука, и гипотезу о томъ, что звѣзды суть громадныя, на милліоны миль удаленныя тѣла, и многія подобныя воззрѣнія, которыя вѣдь также были первоначально гипотезами, и только съ теченіемъ времени постепенно утвердились почти до степени достовѣрности. Если не ставить въ счетъ всѣ тѣ гипотезы, которыя оправдались, и не вѣрить въ тѣ, которыя сомнительны,—не удивительно, что ничего и не получится въ остаткѣ“.

Словами библейской заповѣди Оствальдъ увѣщеваетъ изгнать изъ науки всякаго

Въ сущности, это только значитъ, что мы еще не все объяснили на основаніи механическихъ началъ, и что, подвигаясь понемногу далѣе, мы сталкиваемся съ новыми фактами, требующими объясненія. Но именно этого, а не иного чего, мы и вправѣ ожидать. Едва ли не здѣсь—лучшій критерій того, что мы на правильной дорогѣ. Въ примѣръ подобныхъ „неудачъ" проф. Оствальдъ приводитъ оптическія теоріи. Неизвѣстно почему, онъ вообразилъ себѣ, что теорія *упруготвердаго* эѳира стоитъ въ какой то особенной курьезной связи съ механической гипотезой о вселенной. Между тѣмъ это далеко не такъ. Самая теорія упругаго твердаго тѣла, съ механической точки зрѣнія, лишь весьма смутно и предварительно намѣчена; возраженіе проф. Оствальда, будто поперечныя колебанія „предполагаютъ твердое тѣло", прямо противорѣчитъ теоремѣ лорда Кельвина, по которой вихреобразно движущаяся жидкость способна къ передачѣ поперечныхъ колебаній. Даже Кельвиновъ упруго-твердый эѳиръ въ состояніи напряженія— и тотъ *можетъ* существовать, если только онъ безграниченъ: здѣсь опять проф. Оствальдъ ошибается, полагая, будто такой эѳиръ физически-невозможенъ, такъ какъ въ ограниченномъ объемѣ оказывается неустойчивымъ. И, наконецъ—проф. Оствальдъ обращается здѣсь къ еще неизслѣдованному строенію эѳира; но свойства эѳира подсказаны механическою гипотезой, открыты всего лѣтъ тридцать тому назадъ, а предметомъ серьезнаго изслѣдованія стали только въ послѣднее десятилѣтіе. Конечно, нельзя основывать подобныхъ аргументовъ на ограниченности нашего теперешняго знанія*).

Третья аттака проф. Оствальда открываетъ намъ новую точку зрѣнія. Здѣсь видна психологическая причина, изъ которой проистекаетъ его желаніе освободиться отъ механической гипотезы. Его не удовлетворяетъ извѣстное *ignorabimus* Дю-Буа-Реймона. Но вѣдь и Дю-Буа-Реймона нельзя считать непогрѣшимымъ; бо̀льшая часть такихъ пророчествъ о предѣлахъ человѣческаго познанія въ концѣ-концовъ свидѣтельствовали только о предѣлахъ зоркости пророка. Гораздо вѣроятнѣе допустить, что въ несокрушимой на первый взглядъ логикѣ Дю-Буа имѣются слабыя мѣста,—чѣмъ признать, что наука триста лѣтъ шла по ложному пути. Есть не мало философскихъ соображеній, которыхъ Дю-Буа не удостоиваетъ вниманія, но которыя вполнѣ обезоруживаютъ большую часть его аргументовъ. Но и помимо этого, было бы конечно совершенно ненаучно покидать дорогу, приводившую къ великимъ от-

---

рода образы. „Но вѣдь и всѣ вообще человѣческія мысли — не иное что, какъ образы дѣйствительности",—отвѣчаетъ Больтцманъ. „Только мысля о Божествѣ, нельзя и не должно творить образа; но за то оно и остается навѣки равно непостижимымъ".

*) Вообще, антитеза между новѣйшей „электромагнитной" теоріей свѣта и прежними „механическими" теоріями — у Оствальда неправильно поставлена. „Нельзя сказать,—говоритъ Больтцманъ,—что теорія волненій просто устранена электромагнитной теоріей свѣта, хотя и вѣрно, что она нуждается въ значительныхъ передѣлкахъ. Вѣдь если удастся объяснить электричество съ точки зрѣнія теперешней, или хотя бы болѣе разработанной механики (а возможность этого хотя не доказана, но и не опровергнута),—то весьма возможно, что эти быстро чередующіяся діэлектрическія поляризаціи, составляющія по новой теоріи существо свѣта, окажутся опять таки тождественными съ нѣкоторымъ колебаніемъ частичекъ".—*А. С.*

крытіямъ, изъ за того только, что вдали на ней намъ мерещится какой то призракъ.

Четвертое возраженіе проф. Оствальда сводится къ тому факту, что сѣмя выростаетъ въ дерево, но дерево никогда не растетъ вспять, не сокращается въ сѣмячко. Авторъ думаетъ, что, если бы вселенная была системой механической, тотъ и другой процессъ были бы равноправны и встрѣчались бы одинаково часто. По его словамъ, „дерево могло бы опять превратиться въ черенокъ“, и т. д. Но вопросъ не въ этомъ. Вопросъ въ томъ, *должно ли* такъ быть въ механической вселенной? Въ такой вселенной порядокъ событій вполнѣ зависитъ отъ *начальныхъ условій*, и мы можемъ только заключить: начальныя условія этой планеты были таковы, что всегда изъ сѣмени выростаетъ дерево, а обратнаго процесса никогда, на сколько намъ извѣстно, не случалось. То обстоятельство, что этого никогда не случалось, не имѣетъ никакого отношенія къ вопросу о томъ, есть ли вселенная—механическая система, или нѣтъ. Въ сущности, я считаю возможнымъ доказать, что этотъ и другіе, болѣе простые случаи того же рода,—то, что мы обыкновенно называемъ въ термодинамикѣ „необоротными процессами“,—суть не только *возможные* механическіе процессы, но что это—*наиболѣе вѣроятные* механическіе процессы *). Поэтому вполнѣ возможно, что дѣйствительный порядокъ событій,—по мнѣнію нашего автора опровергающій механическую теорію вселенной,—на самомъ дѣлѣ не только окажется наилучшимъ доказательствомъ въ пользу такой теоріи, какъ наиболѣе вѣроятной, но даже приведетъ къ заключенію, что это—*единственная* возможная теорія.

Подъ конецъ, проф. Оствальдъ пытается построить нѣчто новое на мѣсто того, что, по его мнѣнію, имъ разрушено. Вмѣсто прежней механики намъ предлагается туманная „энергетика“. Авторъ выступаетъ въ защиту той мертвящей мысли, что наука должна быть какимъ то каталогомъ,—конечно, хорошо составленнымъ, но свободнымъ отъ этихъ страшныхъ гипотезъ. — Автору болѣе нравится „объемная энергія“, чѣмъ кинетическая теорія газовъ. Эту послѣднюю онъ подвергаетъ критикѣ, но при этомъ упускаетъ изъ виду слѣдующее. Величина, которую часто обозначаютъ словами „энергія въ кубическомъ центиметрѣ“ газа, въ дѣйствительности есть то количество движенія, которое переносится въ секунду черезъ нѣкоторую площадь, и слѣдовательно это—величина, обладающая направленіемъ, вопреки мнѣнію проф. Оствальда; тогда какъ его „объемная энергія“ не имѣетъ направленія: обстоятельство, которое онъ долженъ намъ разъяснить**).—Оствальдова идея о наукѣ, свободной отъ гипотезъ, есть крайняя форма

*) Та же мысль подробнѣе развивается у Больтцмана.—*А. С.*

**) Здѣсь умѣстно прибавить болѣе сильное замѣчаніе Планка, что пресловутая „объемная энергія“ газа въ смыслѣ энергетиковъ (т. е. выраженіе $\int p dv$) не есть величина, вполнѣ опредѣляемая наличнымъ состояніемъ газа, — что „не имѣетъ смысла говорить о такой объемной энергіи, какъ о физической величинѣ“. Дѣло въ томъ, что pdv не есть полный дифференціалъ, и значеніе интеграла зависитъ, при тѣхъ же предѣлахъ, отъ пройденнаго пути измѣненій.—*А. С.*

чистаго позитивизма. Если бъ авторъ былъ послѣдователенъ, онъ долженъ былъ бы отрицать существованіе мысли въ тѣхъ движущихся, цвѣтныхъ, мягкихъ предметахъ, которые онъ видитъ и осязаетъ вокругъ себя и называетъ людьми. Что другіе люди думаютъ — это вѣдь тоже гипотеза, и если ужъ отвергать всѣ гипотезы, почему бы не отвергнуть и эту?

Въ заключеніе, проф. Оствальдъ обнаруживаетъ нѣкое смутное сомнѣніе насчетъ того, въ состояніи ли будетъ энергетика объяснить *все*. Но вѣдь одно начало сохраненія энергіи не можетъ опредѣлить намъ даже движенія одной планеты вокругъ солнца *); не странно ли видѣть сомнѣніе нашего автора въ виду поставленнаго имъ вопроса? Ученіе о сохраненіи энергіи въ высшей степени драгоцѣнно, но оно ведетъ насъ лишь весьма недалеко въ дѣлѣ истолкованія явленій. Несомнѣнно, для этого требуется нѣчто болѣе чѣмъ „энергетика“,—если не захотимъ одарять энергію разными курьезными свойствами, на подобіе того, какъ наши предшественники изобрѣтали новую тонкую жидкость съ нарочито подобранными атрибутами всякій разъ, когда требовалось объяснить новую трудность. Оствальдовская „энергія“ болѣе напоминаетъ объ этихъ тонкихъ жидкостяхъ, чѣмъ какой-либо продуктъ современной мысли **).

НОВАЯ ГЕОМЕТРІЯ
ТРЕУГОЛЬНИКА.

(Géométrie récente du triangle).

*(Продолженіе***).*

II. О перспективныхъ треугольникахъ.

1. Два треугольника ABC и A′B′C′ наз. *перспективными* (Townsend, Clebsch) или *гомологичными* (Salmon, Poncelet) если прямыя AA′, BB′, CC′, соединяющія ихъ вершины по двѣ, пересѣкаются въ одной точкѣ O.

Теорема Дезарга (*Desargues*). *Точки пересѣченія соотвѣтственныхъ сторонъ* (AB и A′B′, BC и B′C′, CA и C′A′) *двухъ перспективныхъ треугольниковъ находятся на одной прямой.* Обратно:

---

*) Эта простая мысль однакожъ не ясна „энергетикамъ“. Первую главу своей статьи Больтцманъ посвящаетъ изобличенію странныхъ попытокъ Гельма и Оствальда — вывести механику (и въ частности, механику тяготѣнія) изъ одного начала сохраненія энергіи.— *А. С.*

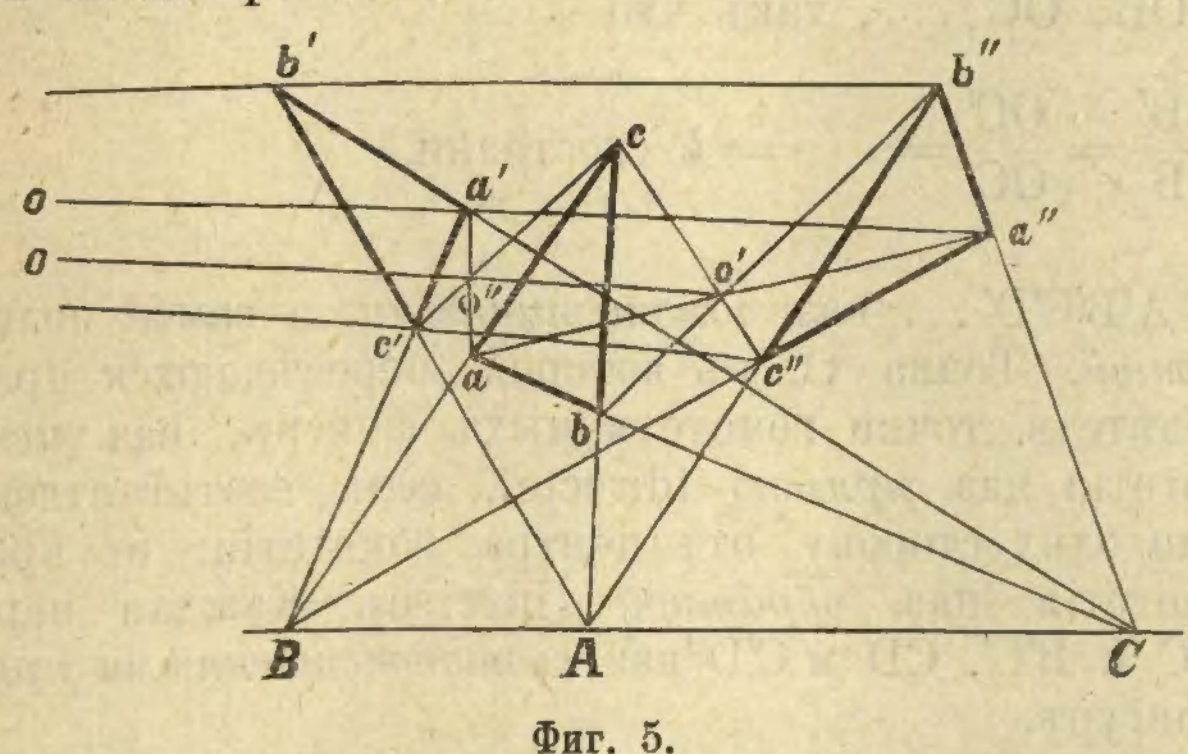
**) Считая излишнимъ и произвольнымъ удерживать особое понятіе о *веществѣ*, какъ носителѣ энергіи, Оствальдъ вынужденъ самой энергіи приписывать свойства вещества. Такъ напр. онъ считаетъ энергію *упругою* („Die Energie selbst ist elastisch“), и этимъ хочетъ объяснить лучистыя явленія, не прибѣгая къ эѳиру.— *А. С.*

***) См. „Вѣстника Оп. Физики“ № 230.

Если точки пересѣченія соотвѣтственныхъ сторонъ двухъ треугольниковъ находятся на одной прямой, то треугольники перспективны, т. е. прямыя, соединяющія соотвѣтственныя вершины ихъ, пересѣкаются въ одной точкѣ (I, 3, 4).

Точка пересѣченія прямыхъ, соединяющихъ соотвѣтственныя вершины перспективныхъ треугольниковъ, наз. *центромъ перспективы* или гомологіи); а прямая, на которой лежатъ точки пересѣченія соотвѣтствующихъ сторонъ ихъ, наз. *осью перспективы* (или гомологіи).

2. Теорема. *Если три треугольника попарно перспективны и имѣютъ общую ось перспективы, то центры перспективы ихъ лежатъ на одной прямой.*



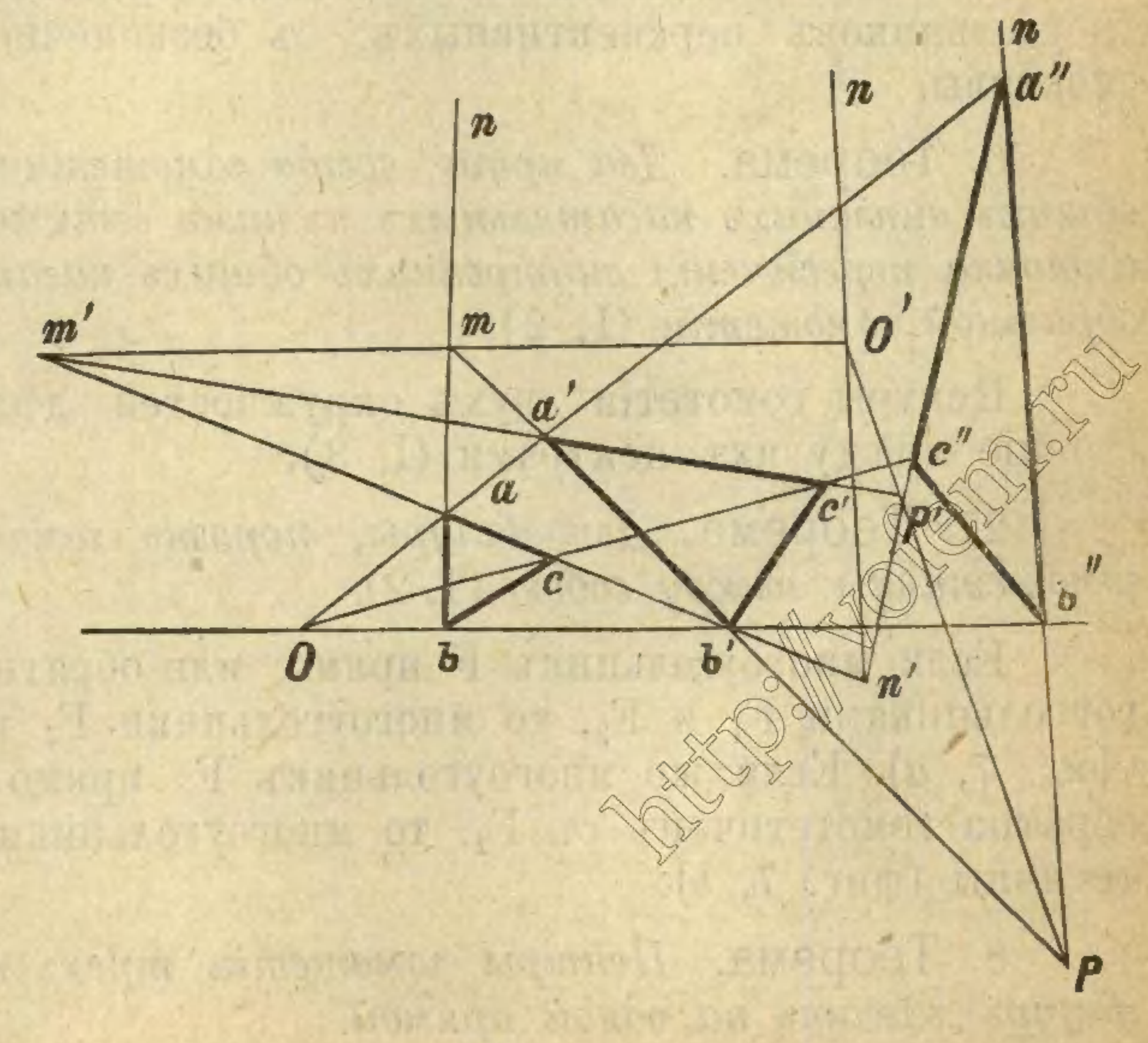
Фиг. 5.

Пусть соотвѣтствующія стороны перспективныхъ треугольниковъ abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$ пересѣкаются по три въ точкахъ A, B, C на одной прямой (фиг. 5). Прямыя, соединяющія по двѣ вершины треугольниковъ $aa'a''$ и $bb'b''$, пересѣкаются въ одной точкѣ C; поэтому пересѣченія ихъ сторонъ aa' и bb', $a'a''$ и $b'b''$, $a''a$ и $b''b$ лежатъ на одной прямой, что и требовалось доказать.

Слѣдствіе. Общая ось перспективы треугольниковъ $aa'a''$, $bb'b''$, $cc'c''$ есть прямая, соединяющая центры перспективы треугольниковъ abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$; центры перспективы треугольниковъ $aa'a''$, $bb'b''$, $cc'c''$ находятся на общей оси перспективы треугольниковъ abc, $a'b'c$, $a''b''c''$, и наоборотъ.

3. Теорема. *Если три треугольника попарно перспективны и имѣютъ общій центръ перспективы, то три оси перспективы ихъ пересѣкаются въ одной точкѣ.*

Пусть O есть общій центръ перспективы треугольниковъ abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$ (фиг. 6). Треугольники mnp и $m'n'p'$, составленные прямыми 1) ab, $a'b'$, $a''b''$ и 2) ac, $a'c'$, $a''c''$—пер-



Фиг. 6.

спективны и имѣютъ осью перспективы прямую $Oaa'a''$; поэтому прямыя mm', nn', pp', оси перспективы треугольниковъ abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$, пересѣкаются въ одной точкѣ O'.

Слѣдствіе. Треугольники abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$ и треугольники, составленные прямыми 1) ab, $a'b'$, $a''b''$, 2) bc, $b'c'$, $b''c''$, 3) ac, $a'c'$, $a''c''$ имѣютъ то свойство, что три оси перспективы одной системы пересѣкаются въ центрѣ перспективы другой.

4. Гомотетичныя фигуры (figures homothétiques). Если на прямыхъ, соединяющихъ какую нибудь точку O съ точками фигуры ABCD... отложить отъ O въ сторону этихъ точекъ, или въ противоположную сторону, отрѣзки OA′, OB′, OC′,..., такъ что

$$\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{OC'}{OC}=\cdots=k \text{ (постоянн.)}.$$

то фигуры ABCD... и A′B′C′D′... наз. *гомотетичными*, а самое положеніе ихъ наз. *гомотетіей*. Точка O, въ которой пересѣкаются прямыя, соединяющія соотвѣтств. точки гомотетичныхъ фигуръ, наз. *центромъ гомотетіи*. Гомотетія наз. *прямою* (directe), если соотвѣтственныя точки находятся по одну сторону отъ центра гомотетіи; въ противномъ же случаѣ гомотетія наз. *обратной* (inverse). Каждая пара прямыхъ AB и A′B′, BC и B′C′, CD и C′D′ наз. *соотвѣтственными прямыми* гомотетичныхъ фигуръ.

5. Очевидно, что *соотвѣтственныя прямыя гомотетичныхъ фигуръ или параллельны, или совпадаютъ* (послѣднее имѣетъ мѣсто, когда эти прямыя проходятъ черезъ центръ гомотетіи).

Теорема. *Гомотетичные многоугольники подобны* (I, 2).

Два гомотетичныхъ треугольника представляютъ частный случай треугольниковъ перспективныхъ, съ безконечно удаленною осью перспективы.

6. Теорема. *Два круга всегда гомотетичны; точка пересѣченія общихъ внѣшнихъ касательныхъ къ нимъ есть центръ прямой гомотетіи, а точка пересѣченія внутреннихъ общихъ касательныхъ—есть центръ обратной гомотетіи* (I, 2).

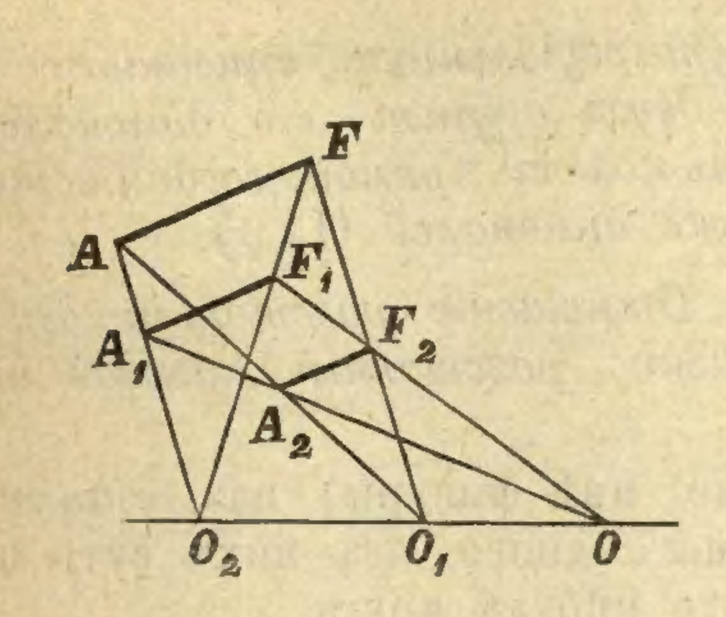
Центры гомотетіи двухъ окружностей дѣлятъ гармонически разстояніе между ихъ центрами (I, 3).

27. Теорема. *Двѣ фигуры, порознь гомотетичныя съ третьей, гомотетичны между собою* (I, 2).

Если многоугольникъ F прямо, или обратно, гомотетиченъ съ многоугольниками F_1 и F_2, то многоугольники F_1 и F_2 прямо гомотетичны (фиг. 7, *a*). Если же многоугольникъ F прямо гомотетиченъ съ F_1 и обратно гомотетиченъ съ F_2, то многоугольники F_1 и F_2 обратно гомотетичны (фиг. 7, *b*).

8. Теорема. *Центры гомотетіи трехъ попарно гомотетичныхъ фигуръ лежатъ на одной прямой.*

Пусть O, O_1, O_2 суть центры гомотетіи фигуръ F_1 и F_2, F_2 и F, F и F_1 (фиг. 7).



Фиг. 7 *a*.

Фиг. 7 *b*.

Если прямую O_1O_2 отнести къ фигурѣ F, то соотвѣтственная ей прямая фигуры F_1 совпадетъ съ O_1O_2, такъ какъ эта прямая проходитъ черезъ центръ гомотетіи O_2 фигуръ F и F_1; такъ же убѣдимся, что прямая O_1O_2 совпадаетъ съ соотвѣтств. прямой фигуры F_2; слѣдов. соотвѣтственныя прямыя фигуръ F_1 и F_2 совпадаютъ съ O_1O_2, а потому O_1O_2 проходитъ черезъ центръ гомотетіи этихъ фигуръ O.

Прямая, проходящая черезъ центры гомотетіи трехъ фигуръ, наз. *осью гомотетіи*.

9. Слѣдствіе. Три окружности имѣютъ три центра прямой и три центра обратной гомотетіи. Три центра прямой гомотетіи находятся на прямой, называемой *осью прямой гомотетіи*; каждые два центра обратной и одинъ центръ прямой гомотетіи также лежатъ на одной прямой, наз. *осью обратной гомотетіи*. Три окружности имѣютъ три оси обратной гомотетіи.

10. Взаимно-полярныя фигуры. Если точки M и P дѣлятъ гармонически діаметръ круга, то прямая, перпендикулярная къ этому діаметру въ точкѣ M, наз. *полярою*, а точка P—ея *полюсомъ* относительно взятаго круга.

Если полюсъ P находится внѣ круга, то поляра пересѣкаетъ окружность; наоборотъ, если поляра не пересѣкаетъ окружности, то полюсъ находится внутри круга. Полюсъ касательной къ кругу совпадаетъ съ ея точкой касанія. Поляра центра и полюсъ діаметра безконечно удалены.

Произведеніе разстояній полюса и поляры отъ центра круга равно квадрату радіуса его (I, 9).

11. Теорема. *Полюсъ и поляра дѣлятъ гармонически хорду окружности, проходящую черезъ полюсъ* (I, 9).

Слѣдствіе. Если полюсъ находится внѣ окружности, то поляра проходитъ черезъ точки касанія ея съ прямыми, проведенными черезъ полюсъ.

12. Теорема. *Поляры всѣхъ точекъ, находящихся на одной прямой, проходятъ черезъ полюсъ этой прямой; обратно, полюсы прямыхъ, пересѣкающихся въ одной точкѣ, находятся на полярѣ этой точки.*

Слѣдствіе. Полюсъ прямой есть точка пересѣченія поляръ двухъ точекъ, взятыхъ на этой прямой. Поляра точки проходитъ черезъ полюсы двухъ прямыхъ, пересѣкающихся въ этой точкѣ.

13. Теорема. *Третья діагональ четыреугольника, вписаннаго въ кругъ, есть поляра точки пересѣченія двухъ другихъ его діагоналей; одинъ изъ концовъ третьей діагонали есть полюсъ прямой, соединяющей другой конецъ ея съ пересѣченіемъ тѣхъ же діагоналей* (I, 9).

14. Теорема Сальмона (*Salmon*). *Отношеніе разстояній двухъ точекъ отъ центра круга равно отношенію разстояній каждой изъ нихъ до поляры другой* (II, 10).

15. Два многоугольника (или вообще двѣ фигуры) наз. *взаимно-полярными*, или *взаимными*, если вершины одного изъ нихъ суть полюсы сторонъ другаго относительно какого нибудь круга.

Многоугольникъ, описанный около круга, и многоугольникъ, вписанный въ него и имѣющій вершины въ точкахъ касанія окружности со сторонами перваго, суть многоугольники взаимно-полярные.

Теорема. *Если два треугольника взаимно-полярны, то они перспективны* (II, 11).

16. Треугольникъ наз. *автополярнымъ*, если каждая сторона его служитъ полярой противоположной вершины относительно какого нибудь круга (II, 13).

Теорема. *Точки пересѣченія противоположныхъ сторонъ четыреугольника, вписаннаго въ кругъ, и точка пересѣченія его діагоналей суть вершины автополярнаго треугольника* (II, 13).

Упражненія. 17. Теорема Паскаля (*Pascal*). Противоположныя стороны шестиугольника, вписаннаго въ кругъ, пересѣкаются на одной прямой.

18. Теорема Бріаншона (*Brianchon*). Прямыя, соединяющія противоположныя вершины шестиугольника, описаннаго около круга, пересѣкаются въ одной точкѣ.

19. Точки пересѣченія сторонъ треугольника, вписаннаго въ кругъ, съ касательными къ кругу въ противоположныхъ вершинахъ треугольника, находятся на одной прямой.

20. Теорема Bellavitis. Если въ четыреугольникѣ ABCD сумма двухъ противоположныхъ угловъ составляетъ прямой уголъ, то

$$AB^2.CD^2 + BC^2.AD^2 = AC^2.BD^2.$$

21. Теорема Тальбота (*Fox Talbot*). Пять прямыхъ образуютъ пять четыреугольниковъ. Прямыя, соединяющія средины діагоналей каждаго изъ этихъ четыреугольниковъ, пересѣкаются въ одной точкѣ.

22. Прямая, соединяющая средины діагоналей полнаго четыреугольника, перпендикулярна къ прямой, проходящей черезъ ортоцентры четырехъ треугольниковъ, составленныхъ сторонами четыреугольника.

23. Теорема Graham'а. Касательная къ кругу пересѣкается гармонически сторонами квадрата, описаннаго около круга.

24. Если четыреугольникъ ABCD дѣлится прямою EF на четыреугольники AEFD и EBCF, то точки пересѣченія діагоналей этихъ трехъ четыреугольниковъ находятся на одной прямой.

25. Три діагонали четыреугольника, описаннаго около круга, образуютъ автополярный треугольникъ.

Д. Е.

(Продолженіе слѣдуетъ).

КЪ ОТКРЫТІЮ РЁНТГЕНА.

Опыты Рёнтгена въ физическомъ кабинетѣ гимназіи.

Какъ только газеты и журналы стали помѣщать короткія замѣтки объ открытіи проф. Рёнтгена и одновременно въ окнахъ книжныхъ магазиновъ пожвилась брошюра его же подъ заглавіемъ: „Eine neue Art von Strahlen", всѣ почти читающіе такъ живо заинтересовались возбужденнымъ вопросомъ, въ особенности же фотографированіемъ при помощи рёнтгеновыхъ лучей, что по крайней мѣрѣ тѣ, которые въ данное время могли пользоваться катушкою Румкорфа и трубкою Крукса немедленно приступили къ опытамъ. — Въ числѣ первыхъ повторилъ опыты Рёнтгена г. В. Бернацкій въ физической лабораторіи Варшавскаго университета и короткое сообщеніе о полученныхъ имъ результатахъ помѣстилъ въ одномъ изъ мѣстныхъ иллюстрированныхъ журналовъ *). Въ этой замѣткѣ, указавъ на тотъ фактъ, что x-лучи возникаютъ только при большомъ напряженіи электрическихъ разрядовъ въ трубкахъ Крукса, г. Бернацкій обратилъ на это условіе вниманіе тѣхъ лицъ, „которымъ могла бы прійти охота небольшими средствами добиться надлежахъ результатовъ". Упомянутое предостереженіе касалось и меня, такъ какъ за нѣсколько дней до появленія статьи я обратился къ г. Бернацкому письменно съ вопросомъ на счетъ подробностей произведенныхъ имъ опытовъ, а равно и на счетъ того, можно ли будетъ при помощи средствъ, имѣющихся въ физическомъ кабинетѣ лодзинской гимназіи, приступить къ фотографированію при помощи лучей Рёнтгена.

Кргда, спустя двѣ недѣли, въ томъ же журналѣ, помѣщена была статья г. Ө. Эстрейхера объ опытахъ Рёнтгена, повторенныхъ съ полнымъ успѣхомъ ученымъ проф. Ольшевскимъ въ Краковѣ, предостереженіе г. Бернацкаго оказалось преждевременнымъ. Для возбужденія флуоресценціи въ стеклянныхъ трубкахъ проф. Ольшевскій пользовался индукторомъ, дающимъ искры максимально въ 8 центиметровъ длины, слѣдовательно значительно слабѣе того, которымъ пользовался г. Бернацкій **), но за то трубки, спеціально приготовленныя согласно собствен-

*) Tygodnik Illustrowany.

**) Длина искры 20—30 центиметровъ.

нымъ рисункамъ и указаніямъ, эвакуировалъ самъ и во время опытовъ не отдѣлялъ отъ ртутнаго насоса. При такимъ образомъ измѣненныхъ условіяхъ результаты опытовъ получились тѣ же, только время экспозиціи оказалось болѣе продолжительнымъ, такъ какъ у г. Бернацкаго оно составляло 15—30 минутъ, у проф. Ольшевскаго 1—1½ часа.

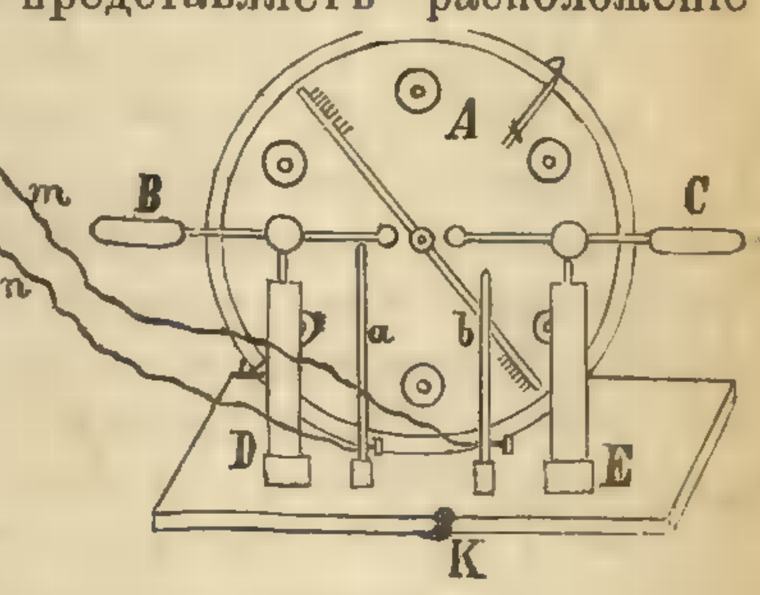
На основаніи этого легко было заключить, что для полученія рёнтгеновыхъ лучей можно пользоваться и небольшими индукторами Румкорфа, лишь бы только трубка была приготовлена надлежащимъ образомъ и экспериментатору хватило терпѣнія для болѣе продолжительныхъ экспозицій. Имѣя въ виду сказанное, и я рѣшился приступить къ опытамъ, пользуясь небольшою спиралью Румкорфа, дающею искры максимумъ въ 2 центиметра при 4 элементахъ Бунзена и трубкою, приготовленною берлинскою фирмою Эрнске по образцу тѣхъ, какими пользуется проф. Шписсъ при публичныхъ чтеніяхъ въ берлинской „Ураніи“. Нижняя часть трубки должна быть удалена отъ предмета на 10—20 центиметровъ, предметъ же долженъ лежать какъ можно ближе къ фотографической пластинкѣ, чтобы контуры тѣней были отчетливы. Трубка, которою я пользовался, имѣетъ видъ небольшой бутылочки (колбы) длиною въ 18 центиметровъ; въ верхней части шейки помѣщенъ небольшой алюминіевый дискъ (катодъ), придѣланный къ платиновой проволокѣ, проходящей сквозь стекло и образующей маленькую петлю; съ боку шейки, вблизи шарообразной части трубки, проходитъ сквозь стекло кусокъ довольно толстой платиновой проволоки (анодъ), оканчивающейся также петлей съ внѣшней стороны трубки. Петли служатъ для укрѣпленія крючковъ, проводящихъ проволоку. Во время опыта вся трубка, въ особенности же дно шарообразной ея части, противолежащее катоду, флуоресцируетъ желто-зеленымъ свѣтомъ. — Фотографическія пластинки помѣщались въ деревяныхъ кассетахъ, черныхъ картонныхъ коробкахъ, или же прямо обвивались въ 2—3 раза сложенную, насквозь черную, вполнѣ непрозрачную бумагу и располагались горизонтально; на нихъ клались различные предметы, а трубка помѣщалась надъ пластинкой.

Результаты опытовъ оказались вполнѣ удачными. При экспозиціи въ 1½ часа получились очень удовлетворительные снимки ключа, двугривеннаго, лупы съ деревяной ручкой (при однѣхъ и тѣхъ же почти условіяхъ освѣщенія, стекло, металлическая оправа и часть послѣдней входящая въ дерево, оказались непрозрачными, дерево — просвѣчивающимъ, а средняя болѣе тонкая часть деревяной ручки—почти совсѣмъ прозрачною), ордена Св. Станислава, помѣщеннаго между двояко-выпуклымъ и двояко-вогнутымъ стекломъ. Плечи креста и орлы между ними вышли отчетливо, разница же между тѣнями, отброшенными стеклами, незамѣтна, вѣроятно по причинѣ большой толщины стеколъ *).

Такъ какъ при опытахъ съ гейслеровыми трубками можно пользоваться какъ источникомъ электричества не только индукторомъ Румкорфа, но и индукціонною электрическою машиною, въ нѣмецкихъ же

*) Копіи всѣхъ этихъ снимковъ доставлены авторомъ въ редакцію. — *Ред.*

газетахъ отъ времени до времени появлялись замѣтки объ употребленіи такихъ машинъ для возбужденія лучей Рёнтгена, я рѣшилъ поэтому предпринять пробные опыты и съ индукціонною машиною Теплеръ-Гольца, средней величины. Опыты удались точно такъ же, какъ и со спиралью Румкорфа; вся бѣда заключалась лишь въ томъ, что надо было запастись большимъ терпѣніемъ, въ виду траты собственной энергіи на вращеніе колеса машины. Фиг. 8 представляетъ расположеніе отдѣльныхъ частей машины во время опыта. A — переднее колесо машины, B и C — кондукторы машины, удаленные другъ отъ друга на 3—4 центиметра, D и E — лейденскія банки, увеличивающія силу разрядовъ. K—ручка ключа, сообщающаго внѣшнія обкладки банокъ, *a* и *b* — переднія металлическія гильзы, изъ которыхъ лѣвая *a* касается лѣваго кондуктора B, верхній же конецъ правой *b* удаленъ отъ кондуктора C на 1 — 2 центиметра, *m* и *n* проводящія проволоки, идущія къ трубкѣ. Во время опытовъ я имѣлъ возможность убѣдиться, что лучше оставлять перерывъ между гильзою, соединенною съ аллюминіевымъ кружкомъ трубки и отрицательнымъ кондукторомъ машины, т. е. между *b* и C, нежели между *a* и B (фиг. 8), ибо тогда трубка флуоресцируетъ сильнѣе. Слѣдуетъ также обращать вниманіе на то, чтобы при перемѣнѣ полюсовъ машины (что иногда случается) или переставлять гильзы *a* и *b* одну на мѣсто другой, или же перекладывать крючки проводящихъ проволокъ при трубкѣ. Перемѣну полюсовъ не трудно затѣтить, если опытъ производить въ затемненной комнатѣ, ибо тогда исчезаетъ флуоресценція на днѣ трубки, у острій же отрицательнаго (раньше) кондуктора, обращенныхъ къ передней части вращающагося круга машины, исчезаютъ свѣтлыя кисти, а на мѣсто ихъ появляются блестящія точки.—Ослабѣваніе разрядовъ и удлинненіе промежутковъ между ними, при равномѣрномъ, правильномъ вращеніи круга A, предвѣщаетъ перемѣну полюсовъ, и поэтому если заранѣе сдвинуть кондукторы B и C на извѣстное время и раздвинуть ихъ только тогда, когда кисти при кругѣ A достигнутъ надлежащей величины, то можно иногда такимъ образомъ устранить нежелательную перемѣну полюсовъ*).



Фиг. 8.

При помощи индукціонной машины была получена фотографія резинки въ деревяной оправѣ; свѣтлая полоса по рединѣ, между болѣе темными крайними указываетъ на то, что дерево прозрачнѣе резины. Резина лежала въ бумажной папиросной коробкѣ на фотографической пластинкѣ, помѣщенной въ деревяномъ ящикѣ. Экспозиція продолжа-

*) Во всякомъ случаѣ слѣдуетъ до начала опытовъ хорошо промыть оба круга машины при помощи губки водою съ небольшимъ количествомъ мыла, прополоскать затѣмъ чистою водою и хорошо высушить. Такъ какъ машина достигаетъ максимума дѣйствія тогда, когда температура круговъ немного выше температуры комнатнаго воздуха, то хорошо на ½ — 1 часъ поставить по серединѣ между переднимъ кругомъ и лейденскими банками зажженную Бунзенову горѣлку.

лась $1\frac{1}{4}$ часа. Точно такъ же были сняты на одной пластинкѣ: маленькій кружокъ изъ толстаго зеркальнаго стекла, помѣщенный между кускомъ термометрической трубки и палочкой висмута съ одной стороны и двумя небольшими трубочками съ другой. Эти трубочки наполнены: одна мелкими желѣзными опилками, другяя хлористымъ желѣзомъ *). Экспозиція при этомъ опытѣ продолжалась $1\frac{1}{2}$ часа, но по истеченіи 1 часа было положено еще на клише золотое кольцо. Такъ какъ до положенія кольца свѣточувствительная пластинка подвергалась дѣйствію x-лучей тѣнь, брошенная кольцомъ, вышла свѣтлѣе другихъ **).

Хотя до сихъ поръ я не выполнилъ своими опытами даже тѣхъ предѣловъ, въ которыхъ экспериментировали донынѣ многіе мои предшественники, тѣмъ не менѣе рѣшился послать въ редакцію „Вѣстника" настоящую короткую объ упомянутыхъ опытахъ замѣтку, особенно въ виду того, что я пользовался только очень небольшою спиралью Румкорфа, а также индукціонною машиною Гольца, о чемъ подробныхъ сообщеній до сихъ поръ не встрѣчалъ ни въ одной изъ разсматриваемыхъ мною брошюръ и журналовъ. Можетъ быть кто нибудь изъ читателей „Вѣстника" послѣдуетъ моему примѣру, найдя въ настоящей замѣткѣ толчекъ къ простымъ и вмѣстѣ съ тѣмъ весьма интереснымъ опытамъ, а тогда цѣль замѣтки будетъ достигнута.

К. Служевскій (Лодзь).

Дѣйствіе лучей Рёнтгена на двойные и тройные электрическіе слои.

Многими физиками уже замѣчено, что заряженные электричествомъ проводники теряютъ свой зарядъ, если ихъ освѣтить лучами Рёнтгена. Профессоръ Пильчиковъ произвелъ нѣсколько опытовъ надъ двойными электрическими слоями и получилъ совершенно неожиданный результатъ: x-лучи не оказываютъ замѣтнаго дѣйствія на двойной электрическій слой.

Опыты были произведены слѣдующимъ образомъ. Установивъ, что пластины изъ стекла, парафина, эбонита, мастики и т. д., заряженныя положительнымъ или отрицательнымъ электричествомъ, быстро разряжаются подъ дѣйствіемъ Рёнтгена, безразлично, падаютъ ли эти лучи на заряженную или на нейтральную поверхность пластины, составили конденсаторъ изъ парафиновой пластины (17 cm $\times$ 11 cm $\times$ 1 cm), изъ слоя воздуха (толщина 1,8 mm) и изъ цинковаго диска (діаметръ 10 cm, толщина 3,35 mm). Центральная часть внутренней поверхности па-

*) Палочка висмута и трубки снабжены—первая латунной, вторыя—стеклянными петлями, служащими для подвѣшиванія ихъ между полуякорями электромагнита, при опытахъ надъ магнитными и діамагнитными свойствами тѣлъ. Небольшіе размѣры предметовъ объясняются тѣмъ, что весь приборъ во время лекціоннаго опыта проэктируется на экранѣ при помощи скіоптикона.

**) Копіи этихъ снимковъ также доставлены въ редакцію.—*Ред.*

рафиновой пластины заряжалась отрицательнымъ электричествомъ, затѣмъ ставился на мѣсто цинковый дискъ, соединенный металлически съ электроскопомъ Экснера. Пусть напр. электроскопъ обнаруживаетъ —170 вольтъ. Если прикоснуться къ цинковому диску, то свободное электричество уходитъ, а остается лишь двойной электрическій слой. Если освѣтить теперь этотъ слой лучами Рёнтгена въ продолженіи одной минуты, то не замѣчается никакой измѣримой потери электричества. Если повторить тотъ же опытъ, зарядивъ парафиновую пластинку положительнымъ электричествомъ, то получается тотъ же результатъ.

Если, зарядивъ парафиновую пластинку, не прикасаться къ цинковому диску, то его свободное электричество распредѣлится по внѣшней поверхности диска, т. е. на конденсаторѣ будетъ тогда *тройной электрическій слой*. Пусть электроскопъ обнаруживаетъ 170 вольтъ. Если теперь освѣтить конденсаторъ лучами Рёнтгена, то черезъ 9 секундъ электроскопъ показываетъ лишь 85 вольтъ, т. е. половину первоначальнаго заряда. При положительномъ зарядѣ парафиновой пластины требуется нѣсколько большее время, чтобы уменьшить до такой же степени отклоненіе электроскопа. Легко показать, что въ этомъ случаѣ разсѣивается лучами Рёнтгена именно *свободное* электричество цинковаго диска. Дѣйствительно, если, прикоснувшись къ цинковому диску, отвести остатокъ его свободнаго электричества въ землю, то электроскопъ покажетъ 0 вольтъ; если же затѣмъ вывести цинковый дискъ изъ конденсатора, то электроскопъ обнаружитъ снова + 170 вольтъ.

Такимъ образомъ лучи Рёнтгена разсѣиваютъ свободное электричество на внѣшней поверхности цинка, пройдя предварительно сквозь двойной электрическій слой и не оказавъ на него замѣтнаго дѣйствія и пройдя сквозь цинковый дискъ, совершенно для нихъ непрозрачный. Этотъ фактъ остается пока совершенно необъяснимымъ. (C. R. CXXII, 839). *В. Г.*

Электризованные лучи Рёнтгена.

Въ послѣднихъ номерахъ Comptes Rendus помѣщены замѣтки о чрезвычайно интересныхъ опытахъ *A. Lafay*'я, обнаруживающихъ, что лучи Рёнтгена способны электризоваться положительно или отрицательно и въ этомъ состояніи отклоняются магнитомъ. Первый опытъ, произведенный Lafay'емъ съ цѣлью обнаружить способность x-лучей электризоваться, состоялъ въ слѣдующемъ.

Подъ трубкой Крукса, въ разстояніи около 0,5 cm отъ самой блестящей ея части, былъ расположенъ свинцовый экранъ со щелью въ 2 mm шириной; на 4 cm ниже помѣщался второй свинцовый экранъ со щелью въ 5 mm ширины, вполнѣ закрытой очень тонкой серебряной пластинкой, на которую клалась платиновая проволока вдоль щели. Это расположеніе давало возможность проэктировать тѣнь платиновой проволоки на чувствительную пластинку, помѣщенную подъ вторымъ экраномъ, при помощи пучка x-лучей, опредѣляемаго обѣими щелями.

Серебряная пластинка соединялась съ отрицательнымъ полюсомъ индуктивной катушки, питающей трубку Крукса, такъ что пучку лучей, исходящему изъ трубки, приходилось проникать сквозь наэлектризованную металлическую пластинку. Затѣмъ эти лучи проходили между арматурами электромагнита, способнаго производить поле въ 400 единицъ C. G. S.,—магнитъ располагался такъ, что силовыя линіи поля были параллельны щелямъ, — и падали наконецъ на укрѣпленную неподвижно свѣточувствительную пластинку, обернутую въ черную бумагу.

Чтобы обнаружить, перемѣщается ли изображеніе платиновой проволоки подъ дѣйствіемъ магнитнаго поля, правая половина чувствительной пластинки прикрывалась свинцовымъ экраномъ; по прошествіи нѣкотораго времени перемѣняли направленіе тока въ обмоткахъ электромагнита и одновременно перемѣщали свинцовый экранъ съ правой половины чувствительной пластинки на лѣвую.

Когда чувствительная пластинка была помѣщена на разстояніи 15 cm отъ арматуръ магнита, получился снимокъ, не оставляющій сомнѣнія относительно того, что при этихъ условіяхъ лучи Рёнтгена отклоняются магнитомъ. Очевидно, что разстояніе между изображеніями платиновой проволоки, проэктированными во время первой и второй частей опыта, соотвѣтствуетъ двойному отклоненію магнитомъ.

Если соединить серебряную пластинку съ отрицательнымъ полюсомъ статической машины, то замѣчается то же явленіе; если ее соединить съ положительнымъ полюсомъ, то лучи отклоняются магнитомъ въ обратную сторону. Такимъ образомъ лучи Рёнтгена можно наэлектризовать положительно или отрицательно. Возможно, замѣчаетъ г. Lafay, что наэлектризованные лучи Рёнтгена, распространяющіеся въ разрѣженномъ воздухѣ, обнаружатъ большое сходство съ катодными лучами, *если не окажутся вполнѣ имъ идентичными.*

Чтобы судить о томъ, въ какую сторону отклонятся наэлектризованные лучи магнитомъ, чрезвычайно удобно пользоваться образнымъ способомъ Hittorf'а, придуманнымъ имъ для катодныхъ лучей. Пучекъ лучей Рёнтгена надо уподобить пучку гибкихъ и невѣсомыхъ проволокъ-проводниковъ. Проникая сквозь наэлектризованную положительно пластинку, эти проволоки даютъ возможность электричеству стекать съ нея и течь въ сторону меньшаго потенціала. Если пластинка заряжена отрицательно, то электричество течетъ въ обратную сторону. Въ обоихъ случаяхъ отклоненіе этихъ проволокъ-проводниковъ подъ дѣйствіемъ магнита опредѣляется по извѣстному правилу Ампера.

Это уподобленіе пучка лучей Рёнтгена пучку проволокъ-проводниковъ заставило автора видоизмѣнить опытъ слѣдующимъ образомъ: фотографическая пластинка обертывалась въ листы алюминія, а свинцовые экраны со щелями сообщались съ землей. Въ этомъ случаѣ проволоки-проводники Гитторфа заряжались бы отъ алюминія, обертывающаго фотографическую пластинку, а потому должны отклоняться магнитомъ. Опытъ оправдываетъ это предположеніе, и слѣдовательно *совершено безразлично, электризовать ли лучи Рёнтгена до ихъ прохожденія сквозь магнитное поле или послѣ этого прохожденія:* въ обоихъ случаяхъ они отклоняются магнитомъ.

Для большаго выясненія природы электризованныхъ лучей былъ произведенъ еще слѣдующій опытъ.

Шарикъ электроскопа съ золотымъ листочкомъ былъ замѣненъ цилиндромъ Фарадэя, отверстіе котораго было обращено кверху. Затѣмъ весь приборъ помѣщался въ металлическій цилиндръ, верхнее отверстіе котораго закрывалось свинцовой крышкой съ отверстіемъ въ центрѣ. Надъ этимъ отверстіемъ располагался серебряный листокъ, соединенный съ машиной Wimshurst'а и служащій для электризованія лучей Рёнтгена, исходящихъ изъ трубки Крукса, помѣщенной выше. При этихъ условіяхъ цилиндръ Фарадэя заряжается электричествомъ того же знака, какимъ заряжена и серебряная пластинка. Такимъ образомъ лучи Рёнтгена переносятъ зарядъ съ металлической пластинки къ электроскопу. Было бы, конечно, интересно провѣрить на опытѣ, потеряетъ ли вполнѣ свой зарядъ пучекъ наэлектризованныхъ Рёнтгеновыхъ лучей, если его пропустить сквозь тонкую металлическую пластинку, соединенную съ землей. Автору не удалось рѣшить этого вопроса на опытѣ, такъ какъ электризующая металлическая пластинка поглощаетъ значительное число лучей и такъ какъ падающіе на электроскопъ лучи Рёнтгена сильно увеличиваютъ его потери.

Понятно, что во всѣхъ вышеописанныхъ опытахъ серебряная пластинка можетъ быть замѣнена пластинкой изъ любого металла, лишь бы эта послѣдняя была достаточно тонкой, чтобы лучи Рёнтгена могли свободно сквозь нее проникать.—(C. R. CXXII, 713, 809, 837).

В. Г.

ПОЛУЧЕНІЕ СВѢТИЛЬНАГО ГАЗА

домашними средствами.

Всѣмъ, кому приходилось заниматься не только химическими, но даже и физическими опытами, хорошо извѣстны тѣ затрудненія, которыя приходится испытывать на каждомъ шагу, не имѣя газа. Чуть ли не единственный источникъ болѣе или менѣе высокой температуры — спиртъ — самъ по себѣ дорогъ и неудобенъ въ обращеніи. При томъ для газа существуетъ богатая коллекція всевозможныхъ горѣлокъ; много физическихъ приборовъ требуютъ газоваго пламени; обработка стекла лучше всего и удобнѣй всего производится на газовомъ же паяльномъ станкѣ, и т. п.

Между тѣмъ есть простой способъ полученія газа, но способъ мало извѣстный, насколько мнѣ приходилось убѣждаться много разъ изъ личныхъ переговоровъ съ гг. преподавателями физики.

Второй годъ уже пользуюсь я этимъ способомъ для разныхъ примѣненій, и въ особенности для друммондова свѣта, гдѣ газъ этотъ вполнѣ замѣняетъ крайне неудобный водородъ. Газъ получается карбонизаціей воздуха парами бензина. Изъ газометра (устроеннаго хотя

бы изъ двухъ вложенныхъ одна въ другую кадокъ) или изъ газоваго мѣшка воздухъ подъ давленіемъ пропускается черезъ 2 вульфовыхъ стклянки, въ которыхъ налитъ бензинъ. Въ отводящей трубкѣ получается воздухъ, насыщенный парами бензина, горящій такъ же хорошо, какъ и свѣтильный газъ.—Для друммондова свѣта, какъ я упоминалъ выше,—это прекрасный способъ по дешевизнѣ, простотѣ и безопасности. Для безопасности хорошо на пути отводящей трубки вставить стеклянную трубку съ 2—3-мя кусочками металлической сѣтки, хотя и безъ этого взрыва не бывало, потому что газъ выходитъ обыкновенно черезъ узкое отверстіе горѣлки.

Бунзеновскія горѣлки—одинарныя, двойныя, тройныя—всѣ хорошо горятъ и даютъ безцвѣтное или коптящее пламя, смотря по желанію. Горѣлки для освѣщенія даютъ прекрасный бѣлый свѣтъ.

Расходъ бензина—самый незначительный: для друммондова свѣта въ часъ выходитъ бензина на 1—2 коп. приблизительно.

Способъ настолько простъ и хорошъ, что его можно смѣло рекомендовать тѣмъ изъ гг. преподавателей въ провинціальныхъ городахъ, гдѣ нѣтъ газовыхъ заводовъ.

В. Ильинскій (Бѣлгородъ).

ОБХОДЪ ТОЧЕКЪ ВЪ ДАННЫХЪ ОТНОШЕНІЯХЪ.

I. Опредѣленія.

1. Отрѣзки, лежащіе на одной прямой, а также на параллельныхъ прямыхъ, будемъ отличать не только по величинѣ, но и по направленію. Направленіе отрѣзка условимся указывать чтеніемъ его отъ начала къ концу.

Отрѣзки противоположнаго направленія условимся различать по знаку, сопровождающему число, выражающее длину отрѣзка въ какихъ либо единицахъ. Такимъ образомъ отрѣзки AB и BA равны по величинѣ, но противны по знаку.

2. Возьмемъ на нѣкоторой прямой двѣ точки A и B. На той же прямой возьмемъ какую нибудь третью точку C. Величину дроби $\frac{AC}{CB}$, гдѣ AC и CB суть числа, выражающія соотвѣтствующіе отрѣзки по величинѣ и по знаку, назовемъ отношеніемъ, въ которомъ отрѣзокъ AB дѣлится точкой C.

Изъ этого опредѣленія слѣдуетъ, что точки, лежащія внутри отрѣзка AB, дѣлятъ его въ положительномъ отношеніи, точки же, лежащія на продолженіи отрѣзка, дѣлятъ его въ отрицательномъ отношеніи.

3. Дано m неподвижныхъ точекъ: A_1, $A_2 \ldots A_m$. Если нѣкоторая точка x_0 движется сперва по прямой x_0A_1 къ точкѣ x_1, дѣлящей отрѣзокъ x_0A_1 въ отношеніи $k_1:1$, затѣмъ изъ x_1 она движется по пря-

мой $x_1 A_2$ къ точкѣ x_2, дѣлящей отрѣзокъ $x_1 A_2$ въ отношеніи $k_2:1$ и т. д., наконецъ, изъ точки x_{m-1} — по прямой $x_{m-1} A_m$ до точки x_m, дѣлящей отрѣзокъ $x_{m-1} A_m$ въ отношеніи $k_m : 1$, то такое движеніе условимся называть обходомъ точекъ $A_1, A_2 \dots A_m$ въ соотвѣтственныхъ отношеніяхъ $k_1, k_2 \dots k_m$.

Числа k могутъ быть какъ положительными, такъ и отрицательными. Случай $k_l = -1$, указывающій на движеніе къ безконечно удаленной точкѣ, условимся исключить, какъ неимѣющій геометрическаго смысла. Случай $k_l = 0$ тоже исключимъ, какъ ничего не прибавляющій къ характеру движенія. Точки $x_1, x_2 \dots x_m$ назовемъ точками поворотовъ.

4. Положимъ, что точка x_0, окончивъ обходъ, т. е. находясь въ x_m, повторяетъ обходъ тѣхъ же точекъ въ тѣхъ же отношеніяхъ; окончивъ второй обходъ, сейчасъ же начинаетъ третій; окончивъ третій— начинаетъ четвертый и т. д. Движеніе такого рода назовемъ непрерывнымъ обходомъ точекъ $A_1, A_2 \dots A_m$ въ отношенія $k_1, k_2 \dots k_m$. Послѣдовательныя точки поворотовъ n-го обхода означимъ такъ: ${}_nx_1$, ${}_nx_2, \dots {}_nx_l, \dots {}_nx_m$. Значекъ впереди x указываетъ номеръ обхода, а значекъ позади x есть знакъ точки, на пути къ которой произошелъ поворотъ. Точки поворотовъ 1-го обхода, уже означенныя въ предыдущемъ параграфѣ, такъ и оставимъ безъ переднихъ значковъ.

II. Предварительныя замѣчанія.

1. Точку C, дѣлящую отрѣзокъ AB въ отношеніи $k:1$, можно разсматривать, какъ центръ двухъ параллельныхъ силъ, изъ которыхъ одна, f, приложена въ A, а другая, φ,—въ B, будучи связана съ f уравненіемъ:

$$\varphi = kf \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Равнодѣйствующую F, приложенную въ C, найдемъ по формулѣ:

$$F = f + \varphi = f(1 + k). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) справедливы и въ случаѣ положительнаго, и въ случаѣ отрицательнаго k, лишь бы условиться параллельныя силы прямо противоположнаго направленія различать по знаку.

2. Пусть на сторонахъ ab и ac треугольника abc, (или на ихъ продолженіи) взяты точки b_1 и c_1 такъ, что

$$\frac{bb_1}{ab} = k \text{ и } \frac{cc_1}{ac} = k.$$

Въ случаѣ $k > 0$ отсюда выводимъ непосредственно:

$$\frac{ab + bb_1}{ab} = k + 1, \text{ или } ab_1 = ab.(k + 1). \quad . \quad . \quad (3)$$

Соединивъ точки b_1 и c_1, получимъ: $\triangle ab_1c_1 \infty \triangle abc$, а потому, въ силу уравненія (3)

$$b_1c_1 = bc.(k + 1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

При выводѣ уравненія (4) мы предполагали $k > 0$; но уравненіе это остается справедливымъ и при $k < 0$, если только параллельные отрѣзки b_1c_1 и bc различать и по величинѣ, и по знаку. Провѣрить это легко на чертежахъ, соотвѣтствующихъ случаямъ $-1 < k < 0$ и $k < -1$.

III. Задача.

Изъ нѣкотораго положенія въ пространствѣ точка x_0 совершаетъ непрерывный обходъ точекъ $A_1, A_2 \ldots A_m$ въ соотвѣтственныхъ отношеніяхъ $k_1, k_2 \ldots k_m$. Спрашивается, въ какихъ случаяхъ траэкторія движенія точки замкнута, въ какихъ нѣтъ? Въ случаѣ незамкнутой траэкторіи, при какихъ условіяхъ траэкторія n-го обхода стремится къ нѣкоторой предѣльной замкнутой траэкторіи съ увеличеніемъ n?

IV. Рѣшеніе задачи.

1. Если въ точкѣ x_0 помѣстить силу $f = 1$, то точку x_1 можно разсматривать, какъ центръ 2-хъ параллельныхъ силъ (см. II, 1): силы $f = 1$, приложенной въ x_0, и силы $f_1 = k_1$, приложенной въ A_1. Равнодѣйствующая, приложенная въ x_1, равна $f + f_1 = 1 + k_1$. Вообще, если въ точкахъ $x_0, A_1, A_2, \ldots A_m$ помѣстить параллельныя силы $f_1, f_2, \ldots f_m$, удовлетворяющія уравненіямъ:

$$(5) \quad f = 1;\ f_1 = k_1.f;\ f_2 = k_2(f + f_1); \ldots\ f_l = k_l(f + f_1 + \cdots + f_{l-1});$$

$$f_m = k_m(f + f_1 + \cdots + f_{m-1}),$$

то, находя послѣдовательно центръ параллельныхъ силъ $f, f_1, \ldots f_{m-1}, f_m$, мы получимъ послѣдовательныя точки поворотовъ $x_1, x_2, \ldots x_{m-1}$, какъ промежуточные центры, а точку x_m — какъ центръ всей системы.

Найдемъ общее выраженіе для f_l. Означивъ сумму $p + 1$ силъ $f + f_1 + \cdots + f_p$ черезъ S_p, мы можемъ любое изъ уравненій (5) написать въ видѣ:

$$(6) \qquad f_l = S_l - S_{l-1} = k_l.S_{l-1},$$

откуда:

$$S_l = S_{l-1}.(1 + k_l)$$

при любомъ l.

Такъ какъ $S_1 = f + f_1 = 1 + k$, то $S_2 = (1 + k_1)(1 + k_2)$; вообще, слѣдовательно,

$$S_l = (1 + k_1)(1 + k_2) \ldots (1 + k_l) \quad . \quad . \quad . \quad (7),$$

а потому (см. 6):

$$f_l = k_l . S_{l-1} = k_l . (1 + k_1)(1 + k_2) \ldots (1 + k_{l-1}) . (1 + k_l).$$

Полагая въ уравненіи (7) $l = m$, имѣемъ:

$$S_m = (1 + k_1)(1 + k_2) \ldots (1 + k_{m-1}) . (1 + k_m).\ ^*)$$

---

*) Такъ какъ ни одно изъ k не равно -1, то S_m всегда $\gtrless 0$.

2. Будемъ при рѣшеніи задачи различать три случая.

a) Система силъ $f_1, f_2 \dots f_m$ имѣетъ равнодѣйствующую. Для этого необходимо и достаточно, чтобы $f_1 + f_2 + \cdots + f_m$ было $\gtrless 0$, или же: $S_m - 1 \gtrless 0$.

b) Силы $f_1, f_2, \dots f_m$ взаимно уравновѣшиваются. Въ этомъ случаѣ $S_m - 1 = 0$.

c) Система силъ $f_1, f_2 \dots f_m$ приводится къ парѣ силъ. Въ этомъ случаѣ тоже $S_m - 1 = 0$.

3. Разберемъ первый случай. Пусть C_m — центръ системы силъ $f_1, f_2 \dots f_m$. Предположимъ сначала, что точка x_0 совпадаетъ съ центромъ C_m. Тогда и точка x_m, центръ системы $f, f_1, f_2 \dots f_m$, совпадаетъ съ x_0, центромъ силъ $f_1, f_2 \dots f_m$. Значитъ траэкторія 2-го, 3-го и т. д. обходовъ не отличается отъ траэкторіи 1-го обхода. Назвавъ $m-1$ точекъ поворотовъ при первомъ обходѣ въ томъ случаѣ, когда точкой исхода служитъ C_m черезъ $C_1, C_2 \dots C_{m-1}$ и припомнивъ, что пунктомъ m-го поворота является точка C_m, заключаемъ, что движеніе происходитъ по замкнутой траэкторіи $C_1, C_2 \dots C_{m-1} C_m$. Назовемъ эту траэкторію *возвратной* траэкторіей. Точки $C_1, C_2, \dots C_m$ назовемъ вершинами возвратной траэкторіи. Точки эти легко построить: сперва строимъ C_m, какъ центръ системы силъ $f_1, f_2 \dots f_m$; остальныя вершины найдемъ, выполняя условія движенія точки изъ C_m.

Пусть теперь x_0 не совпадаетъ съ C_m. Въ этомъ случаѣ точку x_m можно найти, какъ центръ 2-хъ параллельныхъ силъ: силы $f_1 + f_2 + \cdots + f_m = S_m - 1$, приложенной въ C_m, и силы $f = 1$, приложенной въ x_0. Сложить эти силы всегда можно, такъ какъ $(S_m - 1) + 1 \gtrless 0$. Такимъ образомъ x_m лежитъ на отрѣзкѣ $x_0 C_m$, причемъ, какъ извѣстно изъ механики

$$\frac{x_m C_m}{x_0 x_m} = \frac{1}{S_m - 1}, \text{ откуда } \frac{x_m C_m}{x_0 C_m} = \frac{1}{S_m},$$

или же, называя $x_m C_m$ черезъ d_m, а $x_0 C_m$ черезъ d, получимъ:

$$\frac{d_m}{d} = \frac{1}{S_m}.$$

Отсюда видно, что ${}_2x_m$ лежитъ на томъ же отрѣзкѣ $x_0 C_m$, причемъ, означая ${}_2x_m\, C_m$ черезъ ${}_2d_m$, имѣемъ:

$${}_2d_m = \frac{d}{S_m^2}.$$

Вообще ${}_nx_m$ лежитъ на отрѣзкѣ $x_0 C_m$, причемъ, называя отрѣзокъ ${}_nx_m\, C_m$ черезъ ${}_nd_m$, получимъ:

$${}_nd_m = \frac{d}{S_m^n} \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

Построимъ теперь возвратную траэкторію и соединимъ прямыми точку C_m съ ${}_nx_m$, точку C_{m-1} съ ${}_nx_{m-1}$, вообще, точку C_l съ ${}_nx_l$.

Тогда, обозначая вообще отрѣзокъ ${}_n x_l C_l$ черезъ ${}_n d_l$ и примѣняя къ парамъ подобныхъ треугольниковъ: $C_{m-1}\,A_m\,{}_n x_{m-1}$ и $C_m\,A_m\,x_m$, $C_{m-2}\,A_{m-1}\,{}_n x_{m-2}$ и $C_{m-1}\,A_{m-1}\,{}_n x_{m-1}$,...$C_l\,A_{l+1}\,{}_n x_l$ и $C_{l+1}\,A_{l+1}\,{}_n x_{l+1}$,...,$C_1 C_2\,{}_n x_1$ и $C_2\,A_2\,{}_n x_2$ формулу (4), получимъ рядъ уравненій:

$$
\begin{aligned}
{}_n d_{m-1} &= {}_n d_m \cdot (1+k_m) \\
{}_n d_{m-2} &= {}_n d_{m-1} \cdot (1+k_{m-1}) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
{}_n d_l &= {}_n d_{l+1} \cdot (1+k_{l+1}) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
{}_n d_2 &= {}_n d_3 \cdot (1+k_3) \\
{}_n d_1 &= {}_n d_2 \cdot (1+k_2),
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

причемъ ${}_n x_l\,C_l \parallel {}_n x_m\,C_m$, т. е. $\parallel x_0\,C_m$.

Итакъ, если черезъ вершины возвратной траэкторіи проведемъ прямыя, параллельныя $x_0\,C_m$, то точки поворотовъ n-го обхода лежатъ на этихъ прямыхъ, причемъ разстоянія точекъ поворотовъ отъ соотвѣтствующихъ вершинъ возвратной траэкторіи даны формулами (8) и (9). Такъ какъ, по предположенію, d не равно 0, такъ какъ S_m, какъ указано выше, $\gtrless 0$, такъ всѣ k, по условію, отличны отъ -1,то ${}_n d_l$ при любомъ l не равно нулю.

Если $|S_m| > 1$, то, какъ видно изъ уравненій (8) и (9), ${}_n d_m$, а съ нимъ вообще ${}_n d_l$ стремятся къ нулю; поэтому траэкторія въ этомъ случаѣ не замкнута, но, съ увеличеніемъ n, она приближается неопредѣленно къ периметру возвратной траэкторіи $C_1\,C_2 \ldots C_m$.

Если $|S_m| < 1$, то траэкторія n-го обхода не стремится ни къ какому предѣльному контуру, такъ какъ ${}_n d_l$ въ этомъ случаѣ съ увеличеніемъ n безконечно возрастаетъ по абсолютной величинѣ.

Если $|S_m| = 1$, то $S_m = -1$, а не $+1$, такъ какъ, по условію, $S_m - 1 \gtrless 0$. Въ этомъ случаѣ

$$
{}_1 d_m = \frac{d}{-1} = -d,
$$

$$
{}_2 d_m = \frac{d}{(-1)^2} = d,
$$

такъ что ${}_2 x_m$ совпадаетъ съ x_0. Такимъ образомъ, если $S_m = -1$, то траэкторія замкнута, какова бы ни была точка исхода.

4. Разберемъ 2-й случай.

Система силъ f_1, f_2, ...f_m взаимно уравновѣшивается.

Въ этомъ случаѣ x_m совпадаетъ съ x_0, независимо отъ положенія этой послѣдней, такъ какъ центръ силъ f, f_1, f_2...f_m совпадаетъ съ точкой приложенія первой силы.

Точка движется по замкнутой траэкторіи $x_0\,x_1 \ldots x_m$.

5. Разберемъ третій случай.

По предположенію система силъ $f_1, f_2, \ldots f_{m-1}, f_m$ приводится къ парѣ силъ, т. е.

$$S_m - 1 = 0, \text{ или } S_m = 1,$$

но силы не въ равновѣсіи. Въ такомъ случаѣ система силъ

$$f_1, f_2, \ldots f_{m-1}$$

имѣетъ центръ. Дѣйствительно, по формулѣ (6)

$$S_m = (1 + k_m) \, . \, S_{m-1},$$

откуда

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_{m-1} = S_{m-1} - 1 = \frac{S_m}{1+k_m} - 1 = \frac{1}{1+k_m} - 1 = \frac{k_m}{1+k_m},$$

т. е. $f_1 + f_2 + \cdots + f_{m-1}$ отлично отъ 0.

Назовемъ центръ системы $f_1, f_2, \ldots f_{m-1}$ черезъ P, равнодѣйствующую этой системы—черезъ F.

Тогда, какъ только что показано,

$$F = -\frac{k_m}{1+k_m}.$$

Сила F_m, приложенная въ A_m, равна $-F$, такъ какъ система, по предположенію, приводится къ парѣ силъ. Итакъ:

$$f_m = -F = \frac{k_m}{1+k_m}.$$

Точку x_m можно разсматривать въ этомъ случаѣ, какъ центръ системы силъ: $f = 1$, приложенной въ точкѣ x_0, силы $f_m = \frac{k_m}{1+k_m}$, приложенной въ A_m, и силы $-f_m$, приложенной въ P. Сложимъ эти силы въ порядкѣ $f, f_m, -f_m$ и назовемъ черезъ P′ точку приложенія равнодѣйствующей силъ f и f_m. Тогда, по теоремѣ сложенія параллельныхъ силъ, имѣемъ уравненія:

$$\frac{A_m P'}{P'x_0} = \frac{1}{f_m}, \text{ откуда } \frac{A_m P' + P'x_0}{P'x_0} = \frac{1+f_m}{f_m},$$

или:

$$\frac{A_m x_0}{P'x_0} = \frac{1+f_m}{f_m}, \text{*)}$$

*) Соблюдая правило знаковъ, всегда будемъ имѣть:

$$A_m P' + P'x_0 = A_m x_0,$$

сположены точки A_m, P′ и x_0.

или же

$$\frac{x_0 A_m}{P' x_0} = -\frac{1+f_m}{f_m} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Далѣе имѣемъ:

$$\frac{x_m P}{P' x_m} = -\frac{1+f_m}{f_m} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Формулы (10) и (11) позволяютъ примѣнить къ треугольнику $P' x_0 x_m$ формулу (4). Поэтому:

$$A_m P = x_0 x_m \cdot \left[1 + \left(-\frac{1+f_m}{f_m}\right)\right] = -\frac{x_0 x_m}{f_m},$$

или

$$x_0 x_m = -f_m \cdot A_m P = f_m \cdot PA_m,$$

причемъ $x_0 x_m \parallel PA_m$.

Вслѣдствіе непрерывности обхода точки ${}_2x_m$, ${}_3x_m$, ... ${}_nx_m$ лежатъ тоже на прямой $x_0 x_m$ въ одинаковыхъ разстояніяхъ другъ отъ друга, равныхъ отрѣзку $x_0 x_m$.

А потому, назвавъ отрѣзокъ ${}_nx_m x_m$ черезъ ${}_n\delta_m$, а отрѣзокъ PA_m черезъ δ, получимъ:

$${}_n\delta_m = (n-1) \cdot \delta f_m.$$

Проведя траэкторіи 1-го и n-го обхода и соединяя прямыми точку x_{m-1} съ ${}_nx_{m-1}$, точку ${}_nx_{m-2}$ съ x_{m-2}, вообще ${}_nx_l$ съ x_l, получимъ пары подобныхъ треугольниковъ:

$$x_m A_m {}_nx_m \text{ и } x_{m-1} A_m {}_nx_{m-1}, \quad x_{m-2} A_{m-1} {}_nx_{m-2} \text{ и } x_{m-1} A_{m-1} {}_nx_{m-1};$$

вообще

$$x_l A_l {}_nx_l \text{ и } x_{l-1} A_l {}_nx_{l-1}.$$

Означая вообще отрѣзокъ ${}_nx_l x_l$ черезъ ${}_n\delta_l$, по формулѣ (4) будемъ имѣть:

$$\begin{aligned} {}_n\delta_m &= (n-1) \cdot \delta \cdot f_m = (n-1) \cdot \delta \cdot \frac{k_m}{1+k_m} \\ {}_n\delta_{m-1} &= {}_n\delta_m \cdot (1+k_m) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (12) \\ {}_n\delta_l &= {}_n\delta_{l+1} \cdot (1+k_{l+1}) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ {}_n\delta_1 &= {}_n\delta_2 \cdot (1+k_2). \end{aligned}$$

Такъ какъ, по предположенію, $\delta > 0$, то ни одна изъ точекъ поворотовъ съ увеличеніемъ n не стремится къ предѣльному положенію.

Дѣйствительно, уравненія (12) показываютъ, что всѣ δ стремятся къ безконечности съ увеличеніемъ n.

Е. Буницкій (Одесса).

ЗАДАЧИ.

№ 308. Доказать, что если x, y и z суть положительныя числа, то

$$2(x+y+z)^2(xy+yz+xz) > 3(xy+yz+xz)^2+9xyz(x+y+z).$$

Н. Крестовоздвиженскій (Орелъ).

№ 309. Исключить φ изъ уравненій:

$$x=\frac{1+\sin\varphi}{\sin\varphi+\cos\varphi+\sin\varphi.\cos\varphi};\ y=\frac{1+\cos\varphi}{\sin\varphi+\cos\varphi+\sin\varphi.\cos\varphi}.$$

(Заимств.). *Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ).

№ 310. Рѣшить безъ помощи тригонометріи слѣдующую задачу (изъ „Собранія стереом. задачъ, требующихъ примѣненія тригонометріи" Н. Рыбкина, стр. 21, № 31):

„Въ правильной четыреугольной пирамидѣ сторона основанія и боковое ребро относятся какъ $\sqrt{3}:\sqrt{2}$. Черезъ діагональ основанія проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Опредѣлить наклонъ этой плоскости къ основанію и углы сѣченія".

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 311. Около треугольника ABC описанъ кругъ. Точки A_1, B_1 и C_1 суть соотвѣтственно средины дугъ BC, AC и AB. Прямая B_1C_1 пересѣкаетъ AC и AB соотвѣтственно въ точкахъ a_1 и a_2, прямая A_1C_1 пересѣкаетъ BA и BC соотвѣтственно въ точкахъ b_1 и b_2, и прямая A_1B_1 пересѣкаетъ CB и CA соотвѣтственно въ точкахъ c_1 и c_2.

По даннымъ сторонамъ треугольника ABC вычислить площадь шестиугольника $a_1a_2b_1b_2c_1c_2$.

Доказать, что діагонали a_1b_2, b_1c_2 и c_1c_2 этого шестиугольника пересѣкаются въ одной точкѣ.

М. Зиминъ (Орелъ).

№ 312. Безъ помощи логариѳмовъ рѣшить систему уравненій:

$$x^{5/2}=3,(5)y;\ y^{5/2}=60,75x.$$

Кн. Енгалычевъ (Симбирскъ).

№ 313. Доказать, что

$$n+3(n-1)+5(n-2)+\cdots+[2(n-2)-1]3+[2(n-1)-1]2+(2n-1)=$$
$$=1+2^2+3^2+\cdots+n^2.$$

С. Петрашкевичъ (Скопинъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 249 (3 сер.). Вычислить безъ помощи тригонометріи стороны треугольника, зная, что величины ихъ выражаются тремя послѣдовательными числами и что наибольшій изъ угловъ треугольника въ два раза болѣе наименьшаго.

Пусть сторона $AB = x$, $BC = x + 1$, $AC = x - 1$; пусть AD есть биссекторъ угла A. Такъ какъ треугольникъ ADC подобенъ треугольнику ABC, то

$$\frac{DC}{AC} = \frac{AC}{BC}, \text{ или } \frac{DC}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}, \text{ откуда } DC = \frac{(x-1)^2}{x+1}.$$

Кромѣ того имѣемъ:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}, \text{ откуда } BD = \frac{(x-1)x}{(x+1)}.$$

Такъ какъ $DC + BD = BC = x + 1$, то

$$\frac{(x-1)^2}{x+1} + \frac{(x-1)x}{x+1} = x + 1,$$

откуда $x = 5$. Итакъ стороны искомаго треугольника суть 4, 5, 6.

В. Поздюнинъ, С. Григорьевъ (Самара); *С. Соколовъ, В. Сахаровъ, Б. К* (Тамбовъ); *В. Евгеновъ* (Бѣлгородъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *В. Соковичъ* (Кіевъ); *М. Зиминъ* (Орелъ); *А. П—гинъ* (Оренбургъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *П. Бѣловъ* (с. Знаменка).

№ 250 (3 сер.). Черезъ точку O, взятую на окружности C, проведена хорда OD. На прямой DO по обѣ стороны отъ точки D отложены отрѣзки DA и DB, равные діаметру окружности C. Изъ точки O возстановленъ перпендикуляръ къ прямой OD до пересѣченія съ окружностью въ точкѣ L. Изъ точекъ A и B проведены прямыя AM и BM, пересѣкающіяся въ точкѣ M и соотвѣтственно параллельныя BL и AL. Найти геометрическое мѣсто точки M при непрерывномъ перемѣщеніи точки D по окружности C.

По построенію фигура $AMBL$ есть параллелограмъ, а такъ какъ D есть средина AB, то LM проходитъ черезъ D. Если радіусъ окружности C есть R, то $LD = DM = 2R$ и $CM = CD + DM = 3R$, откуда слѣдуетъ, что искомое геометрическое мѣсто есть окружность радіуса $3R$, концентрическая съ данной.

М. Зиминъ (Орелъ); *С. Григорьевъ* (Самара); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *Э. Заторскій* (Вильно).

ПРИСЛАНЫ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ и БРОШЮРЫ:

1. **О направленіи и силѣ вѣтра въ Россійской Имперіи.** *І. А. Керсновскій*, съ атласомъ. (Зап. Имп. Ак. Наукъ, по Физ.-Мат. отд. т. II № 4). Цѣна съ атласомъ 5 р. 50 к.

2. **Объ облачности въ Россійской Имперіи.** Обработалъ *А. Шенрокъ*, съ таблицею кривыхъ и съ 7 картами. Спб. 1895 г. Цѣна 4 р. 50 к.

3. **Метеорологическія наблюденія**, произведенныя барономъ Э. В. Толемъ и лейтен.-флота Е. И. Шилейко въ 1893 г. во время экспедиціи на Ново-Сибирскіе острова и вдоль береговъ Ледовитаго океана. Обработалъ *Р. Бергманъ.* (Зап. Имп. Ак. Наукъ, по Физ.-Мат. отд. т. II № 3). Цѣна 1 р. 50 к.

4. **Колебанія уровня воды въ верхней части Волги въ связи съ осадками.** Предварительное изслѣдованіе *М. Рыкачева.* (Зап. Имп. Ак. Наукъ, по Физ.-Мат. отд. т. II № 8). Цѣна 80 коп.

5. **Magnetische Beobachtungen** auf einer Reise nach Urga im Sommer 1893 nebst Bemerkungen über die Aenderungen der erdmagnetischen Elemente in Ost-Sibirien, von *Ed. Stelling.* (Зап. Имп. Ак. Наукъ, по Физ.-Мат. отд. т. II № 9). Цѣна 60 коп.

6. **Новыя нормальныя и пятилѣтнія среднія температуры для Россійской Имперіи**, изд. подъ ред. *Г. Вильда.* (З. И. А. Н. по Физ.-Мат. отд. т. I № 8). Цѣна 1 р. 80 к.

7. **Новыя многолѣтнія и пятилѣтнія среднія количества осадковъ и числа дней съ осадками для Россійской Имперіи**, изд. подъ ред. *Г. Вильда.* (З. И. А. Н. по Физ.-Мат. отд. т. III № 1). Цѣна 4 р. 40 к.

8. **Cyclonenbahnen in Russland** für die Jahre 1887 — 1889, bearb. von *B. Sresnewskij.* Mit einer Tafel und 12 Karten. (З. И. А. Н. по Физ.-Мат. отд. т. II № 6). Цѣна 2 р. 40 к.

9. **Отчетъ по главной физической обсерваторіи за 1894 г.**, представленный Имп. Академіи Наукъ *Г. Вильдомъ.* (З. И. А. Н. по Физ.-Мат. Отд. т. II № 5). Цѣна 1 р. 50 к.

10. **Лѣтописи главной Физической обсерваторіи, 1894 годъ,** изд. *Г. Вильдомъ.* Части I и II.

11. **Труды метеорологической сѣти Юго-Запада Россіи** въ 1894 г. Вып. VII. *А Клоссовскаго.*

12. **Лѣтописи метеорологической обсерваторіи Имп. Новороссійскаго Университета** въ Одессѣ. *А. Клоссовскаго.* 1894 годъ.

13. **О свойствахъ мельчайшихъ частицъ матеріи,** читано въ публичномъ засѣданіи Имп. Академіи Наукъ 29 дек. 1895 г. Адъюнктомъ кн. *Б. Голицынымъ.* Спб. 1896 г.

14. **Объ электростатической энергіи** при зависимости діэлектрическаго коэффиціента отъ силы поля. *Н. Н. Шиллера.*

15. **Соотношенія между обратимыми круговыми процессами и общими условіями равновѣсія приложенныхъ силъ.** *Н. Н. Шиллера.*

16. **Михаилъ Петровичъ Авенаріусъ.** Біографическій очеркъ *А. Г. Столѣтова.*

17. **Леонардо да-Винчи, какъ естествоиспытатель.** (Читано въ Московскомъ Обществѣ Любителей Художествъ 21 дек. 1895 г.). *А. Столѣтовъ.*

18. **Метрическая система мѣръ и вѣсовъ и ея значеніе для Россіи.** Докладъ проф. *О. Д. Хвольсона* въ Общемъ Собраніи И. Р. Т. О. 18 ноября 1895 г.

19. **Курсъ Физики.** Часть II. Звукъ. Свѣтъ. Электричество. *П. А. Зилова*, орд. проф. Имп. Варш. унив. Цѣна 2 руб. (Цѣна 1-ой части 1 р. 50 коп.). Варшава. 1896 г.

20. **Описательная Астрономія** элементарно изложенная *Митрофана Хандрикова*, засл. орд. проф. Унив. Св. Владиміра. Цѣна 3 р. 50 к. Кіевъ. 1896 г.

21. **Извѣстія Русскаго Астрономическаго Общества.** Вып. IV. Спб. 1895 г.

22. **Эфемериды звѣздъ.** (*В. К. Делленъ*) на 1896 г. для опредѣленія времени и азимута помощью переноснаго пассажнаго инструмента, установленнаго въ вертикалѣ полярной. Спб. 1895 г.

23. **Новыя данныя для гипсометріи Средней Азіи.** (По поводу краткаго отчета о научной командировкѣ въ среднюю Азію сверхштатнаго профессора И. Л. Яворскаго). *А. Клоссовскаго*.

24. **О методахъ Абеля, Якоби, Ліувилля и Вейерштрасса въ теоріи эллиптическихъ функцій.** *А. Пшеборскій.* Кіевъ. 1895 г.

25. **Элементы аналитической геометріи на похерхностяхъ постоянной отрицательной кривизны.** *В. Ѳ. Кагана.* Казань. 1896 г.

26. **Опытъ математическаго выраженія понятій и выводовъ этики.** Статья *Н. А. Шапошникова.* Москва. 1896 г.

27. **Badania nad sztywnoscia pretów sciskanych** przez *Feliksa Jasinskiego.* Warszawa. 1895 г.

28. **Разсчетъ турбинъ** И. И. Рейфера, проф. политехнической школы въ Винтертурѣ (Кантонъ Цюрихъ). Перев. съ 2-го нѣм. изданія *Владиміръ Вейнштокъ.* Съ 8 рис. въ текстѣ. Спб. 1895 г. Цѣна 50 коп.

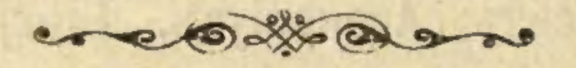
29. **Начала Космографіи,** учебникъ для среднихъ учебныхъ заведеній. Составилъ *М. Попруженко.* Изданіе 2-ое, исправленное и дополненное. Москва. 1895 г. Цѣна 1 рубль.

30. **Собраніе тригонометрическихъ задачъ** для среднихъ учебныхъ заведеній. Составилъ *Н. Рыбкинъ.* Москва. 1895 г. Цѣна 40 коп

ПОПРАВКА.

Въ № 230 „Вѣстника" на стр. 31 вмѣсто строкъ 10 — 12 снизу, слѣдуетъ читать:

„Если перпендикуляры, возстановленные къ сторонамъ треугольника въ точкахъ пересѣченія ихъ съ прямою, пересѣкаются въ одной точкѣ, то точка эта лежитъ на окружности, описанной около треугольника (3)".



Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 12-го Апрѣля 1896 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.